

Quelle rémunération choisir ?

Objectif :

- ☞ Reconnaître les premiers termes d'une suite arithmétique
- ☞ Générer par le calcul les termes d'une suite
- ☞ Calculer un terme de rang donné d'une suite arithmétique
- ☞ Calculer la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique

La société EMBOCHMOA décide d'employer Lucia. Elle lui donne le choix entre deux types de rémunérations.

• **Rémunération n°1 noté U :**

- ☞ Salaire de 1950 € par mois la 1^{ère} année avec une augmentation de 170 € sur le salaire annuel chaque année

• **Rémunération n° 2 noté V :**

- ☞ Salaire fixe de 2195 € par mois la 1^{ère} année avec une prime d'intéressement la 10^{ème}, 20^{ème} et 30^{ème} année représentant respectivement 10%, 20% et 50% de son salaire annuel

Problématique :

Lucia affirme qu'elle gagnera plus sur l'ensemble de sa carrière, avec la rémunération n°2. Cette affirmation vous paraît-elle correcte ?

1) Rémunération n°1

a. Déterminer le salaire annuel de la première année noté U_1

.....

b. Déterminer le salaire annuel de la deuxième année noté U_2

.....

c. Quelle conclusion en déduire sur l'évolution du salaire ?

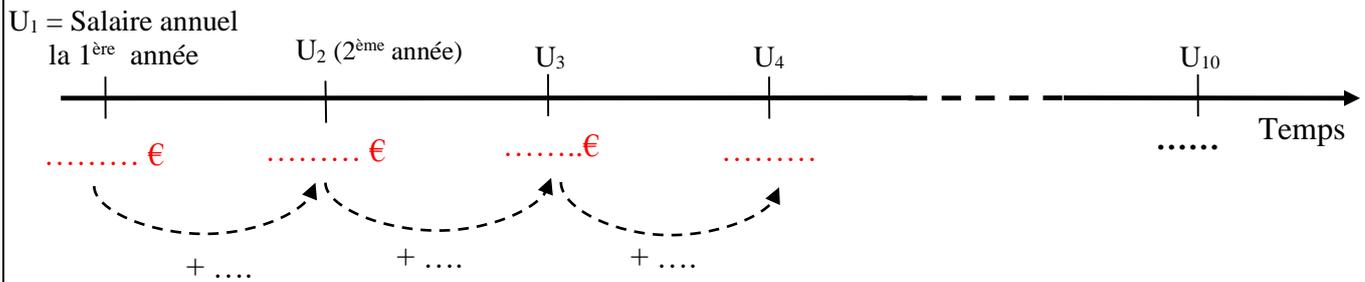
.....

d. Proposer une démarche (méthode et outils) pour répondre à la problématique

.....



Rémunération n°1 (suite)



❖ En vous aidant du schéma ci-dessus donner le salaire de Lucia :

- la 3^{ème} année : U_3

.....

.....

- la 4^{ème} année : U_4

.....

.....

- Exprimer le salaire le Lucia la 4^{ème} année en fonction de U_1 et de « r » l'augmentation annuel de 170€

.....

.....

- De la même façon, exprimer le salaire le Lucia la 10^{ème} année en fonction de U_1 et r

.....

.....

Rappelez la durée de cotisation pour toucher une retraite à taux plein :

.....

.....

En déduire la formule permettant de calculer le salaire annuel de Lucia la dernière année de cotisation

.....

.....

.....

.....

On rappelle que dans le cas de la rémunération 1 (suite arithmétique), la somme totale des salaires sur 43 ans est égale à :

$$S \text{ Rémunération 1} = 43 \times \frac{(U_1 + U_{43})}{2}$$

Calculer le montant total des salaires de Lucia sur sa carrière :

.....
.....
.....

2) Rémunération n°2

Déterminer le montant total du salaire perçu au cours des 43 années si Lucia choisit la rémunération 2 (Détailler le calcul).

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Répondre à la problématique :

.....
.....
.....
.....

Synthèse :

Les salaires associés à la rémunération 1 s'obtiennent en

.....

Cette suite de nombre associée à la rémunération 1 forme une

..... notée et 170 € s'appelle la notée

$$U_{n+1} = \dots\dots\dots$$

$$U_n = \dots\dots\dots$$

La représentation graphique d'une suite **arithmétique** est

Quelle rémunération choisir ? (suite)**Objectif :**

- ☞ Générer à l'aide d'outil numérique le calcul des termes d'une suite
- ☞ Réaliser une représentation graphique du nuage de point $(n ; U_n)$ d'une suite arithmétique
- ☞ Exploiter une représentation graphique d'une suite arithmétique
- ☞ Étudier le sens de variation d'une suite $U_n = f(n)$
- ☞ Calculer avec un outil numérique la somme des n premiers termes d'une suite arithmétique

Rappel :

La société EMBOCHMOA décide d'employer Lucia. Elle lui donne le choix entre deux types de rémunérations.

• Rémunération n°1 noté U :

- ☞ Salaire de 1250 € par mois la 1^{ère} année avec une augmentation de 110 € tous les ans

• Rémunération n° 2 noté V :

- ☞ Salaire fixe de 1350 € par mois la 1^{ère} année avec une prime d'intéressement la 10^{ème}, 20^{ème} et 30^{ème} année représentant respectivement 3%, 6% et 9% de son salaire annuel

Problématique :

**Lucia affirme qu'elle gagnera plus après 30 ans de carrière avec la rémunération 2.
Cette affirmation vous semble correcte ?**

Toutes les réponses devront être réalisées à l'aide d'un outil numérique

1. Déterminer les salaires des 30 années selon la rémunération 1
2. En déduire la somme totale des salaires sur la carrière de Lucia
3. Construire la représentation graphique de la suite $U(n)$ associée à la rémunération 1
 *n représente les années sur l'axe des abscisses
 U représente les salaires sur l'axe des ordonnées*
4. Déterminer l'équation de la droite. En déduire la fonction associée à $U(n)$
5. Étudier les variations de la suite $U(n)$

Le travail numérique associé à la résolution du TD sera imprimé et ajouté au dossier.

I. Rappel

A. Suite arithmétique

➤ Définition :

On appelle suite arithmétique une suite de nombre où on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre. Ce nombre est appelé raison et noté r .

On note U_1 le premier terme

➤ Exemple simple

2 - 4 - 6 - 8 - 10 - 12 - 14 - 16..... :

➤ Application :

Vérifier si la suite est arithmétique. Si oui précisez U_1 et r

17 ; 26 ; 35 ; 44 ; 53 ; 62
$U_1 = \dots ; r = \dots$

22 ; 36 ; 50 ; 64 ; 78 ; 90
$U_1 = \dots ; r = \dots$

7 ; 5 ; 3 ; 1 ; -1 ; -3
$U_1 = \dots ; r = \dots$

-10 ; 25 ; 60 ; 95 ; 130 ; 165
$U_1 = \dots ; r = \dots$

Dans les suites arithmétiques suivantes, compléter la fin de la suite et déterminer U_1 et r

11 ; 22 ; 33 ; ; ; ; ; ; ; ; ;	
$U_1 = \dots ; r = \dots$	$U_8 = \dots$
9 ; 26 ; 43 ; 60 ; ; ; ; ; ; ; ;	
$U_1 = \dots ; r = \dots$	$U_6 = \dots$
54 ; 40 ; ; ; ; ; ; ; ; ; ;	
$U_1 = \dots ; r = \dots$	$U_{10} = \dots$
6 ; 0 ; ; ; ; ; ; ; ; ; ;	
$U_1 = \dots ; r = \dots$	$U_7 = \dots$

➤ **Remarque :**

Une suite qui décroît : la raison est négative :

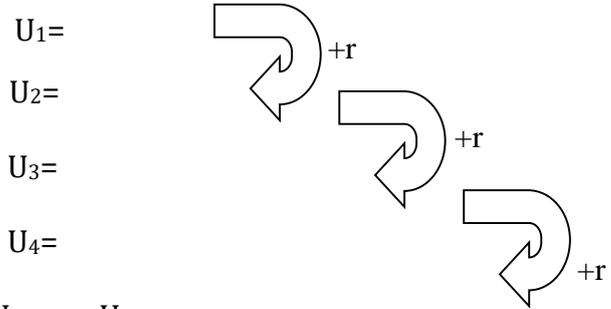
Exemple : 80 - 72 - 64 - 56 - 48 - 40 - 32

ICI, ON AJOUTE - 8

Donc, $\begin{cases} U_1 = 80 \\ r = -8 \end{cases}$

➤ **Comment déterminer la raison ?**

Dans une suite arithmétique :



On ajoute r à chaque fois : $U_1 + r = U_2$

Donc : **$r = U_2 - U_1$**

➤ **Nécessité d'une formule**

Soit une suite arithmétique avec $U_1 =$ et $r =$...

On peut trouver U_2, U_3 ...

Comment trouver U_{26}

Il faudrait trouver U_{25} , du coup il faut U_{24}, U_{23} ...

On peut le déterminer directement par la formule suivante :

$U_n = U_1 + (n - 1) \times r$

➤ **Application :**

Soit une suite arithmétique avec $\begin{cases} U_1 = 23 \\ r = 1.7 \end{cases}$

Calculer les termes U_2, U_3, U_4 et U_5

.....

.....

.....

.....

.....

Calculer U_{17}

.....

.....

Calculer U_{58}

.....

.....

TP n°2 : Suites Arithmétiques

Ex1 : Soit une suite arithmétique (U_n) de premier terme $U_1 = 1$ et de raison $r = 3$.

a) Écrivez les quatre premiers termes de la suite.

.....

.....

.....

.....

b) Exprimer U_n en fonction de n

.....

.....

c) Calculez le terme de rang 100.

.....

.....

d) Calculez la somme des 100 premiers termes.

.....

.....

.....

Ex2 :

Calculez la raison d'une suite arithmétique de premier terme - 2 et dont le 15^e terme est égal à 33.

.....

.....

.....

.....

Ex3 :

Pierre souhaite acheter un caméscope d'une valeur de 1 200 €.

Fin janvier il ne dispose que de 870 €, mais en faisant des économies cette somme évolue régulièrement à la fin de chaque mois selon le tableau ci-dessous.

Mois	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai
Somme disponible	...	940	1010	1080
U_n	U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	...
$n(\text{rang})$	1	2	3	4	5	...

On note U_1 la somme disponible fin janvier.

a) Reportez la valeur de U_1 dans le tableau ci-dessus.

b) Calculez $U_2 - U_1$; $U_3 - U_2$ et $U_4 - U_3$.

.....
.....
.....

c) Que peut-on en déduire ?

.....
.....

d) Précisez son premier terme et sa raison (notée r).

.....
.....

e) La remarque précédente étant supposée vraie pour tous les mois de l'année, calculez la valeur de U_5 et reportez-la dans le tableau.

.....
.....

f) Calculez la valeur du terme de rang 6.

.....
.....
.....

g) Retrouvez ce résultat en utilisant la relation: $U_n = U_1 + (n - 1) r$.

.....
.....
.....

h) Cette somme est-elle suffisante pour acheter le caméscope ?

.....
.....

2. À partir de sa prise de décision (fin janvier), combien de mois Pierre devra-t-il attendre pour pouvoir réaliser son achat ?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Exercice 4 :

Une société commercialise des logiciels. La première année, les ventes sont de 100 000 unités.

Les ventes augmentent de 7 000 unités par an.

On appelle U_1 les ventes de logiciel la 1ère année, U_2 les ventes la 2ème année, ..., U_n les ventes la nième année.

1. Combien vaut U_1 ?

.....

2. Calculer U_2 , U_3 et U_4 .

.....

.....

.....

.....

3. S'agit-il d'une suite arithmétique ? Si oui, en déterminer la raison. Justifier la réponse.

.....

.....

.....

4. Calculer le nombre de logiciels vendus la 16ème année, si la tendance se poursuit.

.....

.....

.....

Exercice 5

On considère une suite de nombres telle que $U_1 = 299$, $U_2 = 276$, $U_3 = 253$ et $U_4 = 230$.

1. S'agit-il d'une suite arithmétique ? Si oui, en déterminer la raison. Justifier la réponse.

.....

.....

.....

.....

.....

2. Calculer U_5 .

.....

.....

.....

3. Calculer le 14ème terme de cette suite

.....

.....

.....

Exercice 6

Un étudiant désire acheter un ordinateur coûtant 1 200 €. Au 1er janvier, il dispose d'un capital initial de 750 €. En faisant des économies, il arrive à placer 50 € de plus chaque mois sur son compte. On appelle U_1 la valeur du capital disponible le 1er janvier : $U_1 = 750$.

On appelle U_2 la valeur du capital au 1er février, U_3 le capital au 1er mars et U_4 le capital au 1er avril.

1. Calculer U_2 , U_3 et U_4 .

.....
.....
.....

2. Exprimer U_n en fonction du nombre de mois n .

.....
.....

3. Calculer U_7 .

.....
.....

4. Déterminer, en justifiant, le nombre de mois n nécessaires pour obtenir les 1 200 €.

.....
.....
.....
.....

5. En déduire la date à laquelle l'étudiant pourra acheter son ordinateur.

.....
.....

Exercice 7

En janvier 2020, la production d'une entreprise était de $U_1 = 6\,000$ unités. La production augmentant de 600 unités par an, calculer :

1. La production au bout de 3 ans d'activité.

.....

2. La production en janvier 2038.

.....
.....
.....

3. L'année où la production aura triplé ?

.....
.....
.....
.....

Exercice 8 :

On considère la suite S des nombres U_n définis par $U_n = 6n - 1$ pour n entier naturel compris entre 1 et 50 ($1 \leq n \leq 50$).

1. a. Calculer les quatre premiers termes : U_1, U_2, U_3 et U_4 de la suite S .

.....
.....
.....

b. Calculer $U_2 - U_1$ et $U_3 - U_2$.

.....
.....
.....

c. Par analogie, en déduire U_{n+1}

.....
.....
.....

d. Pour $1 \leq n \leq 50$ calculer $U_{n+1} - U_n$.

.....
.....
.....

e. Quelle est la nature de cette suite ?

.....

2. Pour $1 \leq n \leq 50$, la somme S_n des n premiers termes de la suite S est donnée par :

$$S_n = \frac{n}{2}(U_1 + U_n).$$

a. Vérifier cette relation pour $n = 4$.

.....
.....
.....

b. Montrer que pour $1 \leq n \leq 50$, $S_n = 3n^2 + 2n$.

.....
.....
.....

c. Déterminer le nombre n pour lequel $S_n = 4880$ **HORS PROGRAMME**

.....
.....
.....

EXERCICES :

I) En 2020, première année de fonctionnement d’une entreprise de pièces automobiles, la production a été de 5000 unités. La production augmentant de 700 unités par an.

a) Donner la nature de la suite et sa raison.

.....

b) Exprimer le terme u_n de la suite en fonction du rang n

.....

c) Calculer la production la 10^{ème} année.

.....

d) Calculer la production en 2033.

.....

e) En quelle année la production aura triplé ?

.....

f) En 2024, avec la crise, la production reste à 14300 unités. En 2025, on note une diminution de la production de 850 unités par an. L’entreprise déposera le bilan quand sa production atteindra les 9000 unités produites par an. Combien de temps reste t-il à cet entreprise si cette baisse de la production se reste constante.

.....



I) Les tarifs appliqués par une entreprise de forage sont les suivants :

- 2 500 € de forfait pour la mise en place du chantier ;
- 150 € par mètre de forage.

On désigne par U_n le prix d’un forage de n mètres.

1) Calculer U_1, U_2, U_3 . En déduire la nature de la suite en précisant U_1 ainsi que sa raison.

.....

2) Calculer le prix pour creuser un puits de 22m de profondeur.

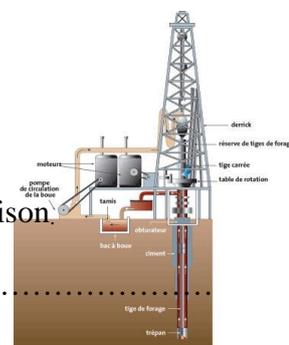
.....

3) Dans le cadre du développement durable, l’état accorde un crédit d’impôt de 30%. A combien revient réellement la construction de ce puits avec l’aide de l’état ?

.....

4) La construction de ce puits permet une économie annuelle de 374 euros sur la consommation d’eau. Au bout de combien d’année cet investissement va-t-il être amorti ?

.....



DEVOIR SUITES ARITHMETIQUES

Exercice 1 :

En 2020, première année de fonctionnement d'une entreprise de cosmétique de 5000 pièces. La production augmentant de 700 pièces par an.



a) Calculer la production U_2 , U_3 et U_4 correspondant à la production la 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} année.

b) Donner la nature de la suite. On précisera les valeurs de U_1 et sa raison.

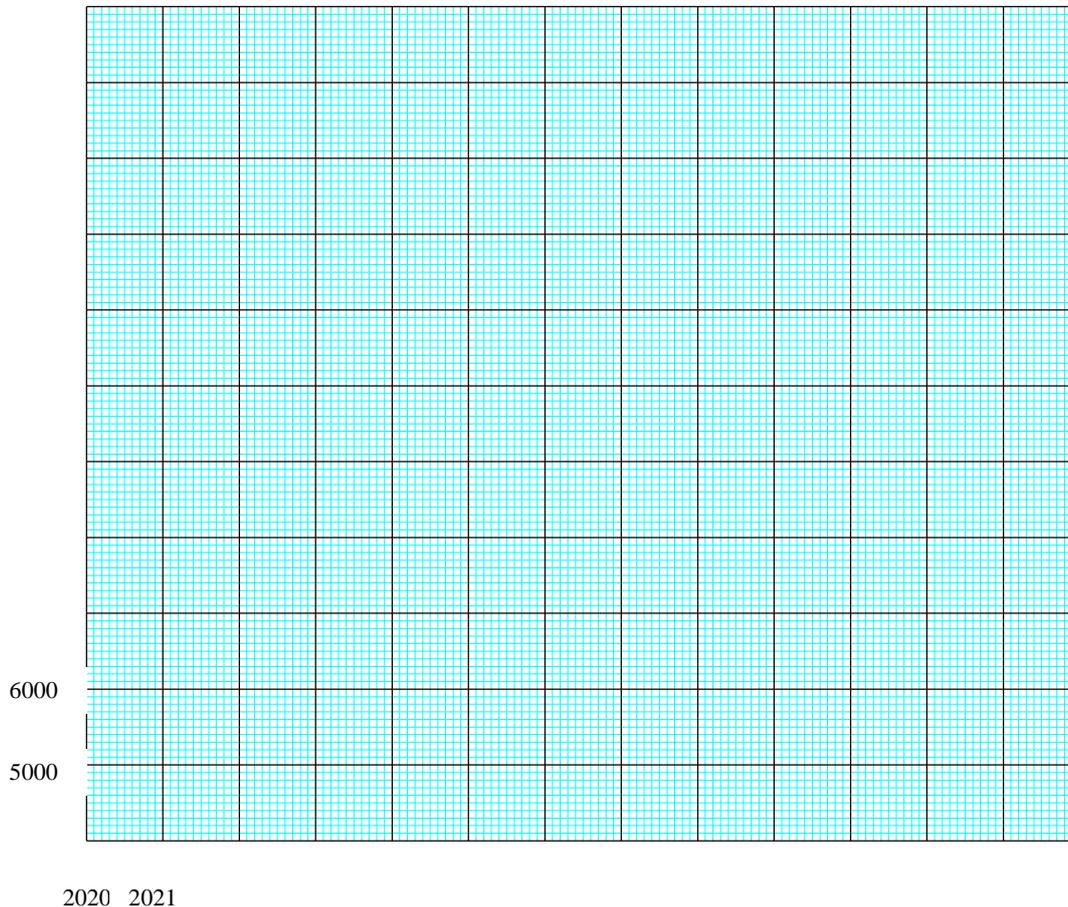
c) Exprimer U_n en fonction de n

d) Déterminer la production la 10^{ème} année.

e) Calculer la production en 2033.

f) En quelle année la production aura triplé ?

g) Construire le graphique représentant la production en fonction de l'année



h) En 2018, avec la crise, la production reste à 14300 pièces. En 2019, on note une diminution de la production de 850 pièces par an.

a. Justifier qu'il s'agit d'une suite arithmétique. Préciser le premier terme et la raison.

.....

b. Calculer la production U_2 , U_3 et U_4 correspondant à la production la 2^{ème}, 3^{ème} et 4^{ème} année

.....

c. Exprimer U_n en fonction de n

.....

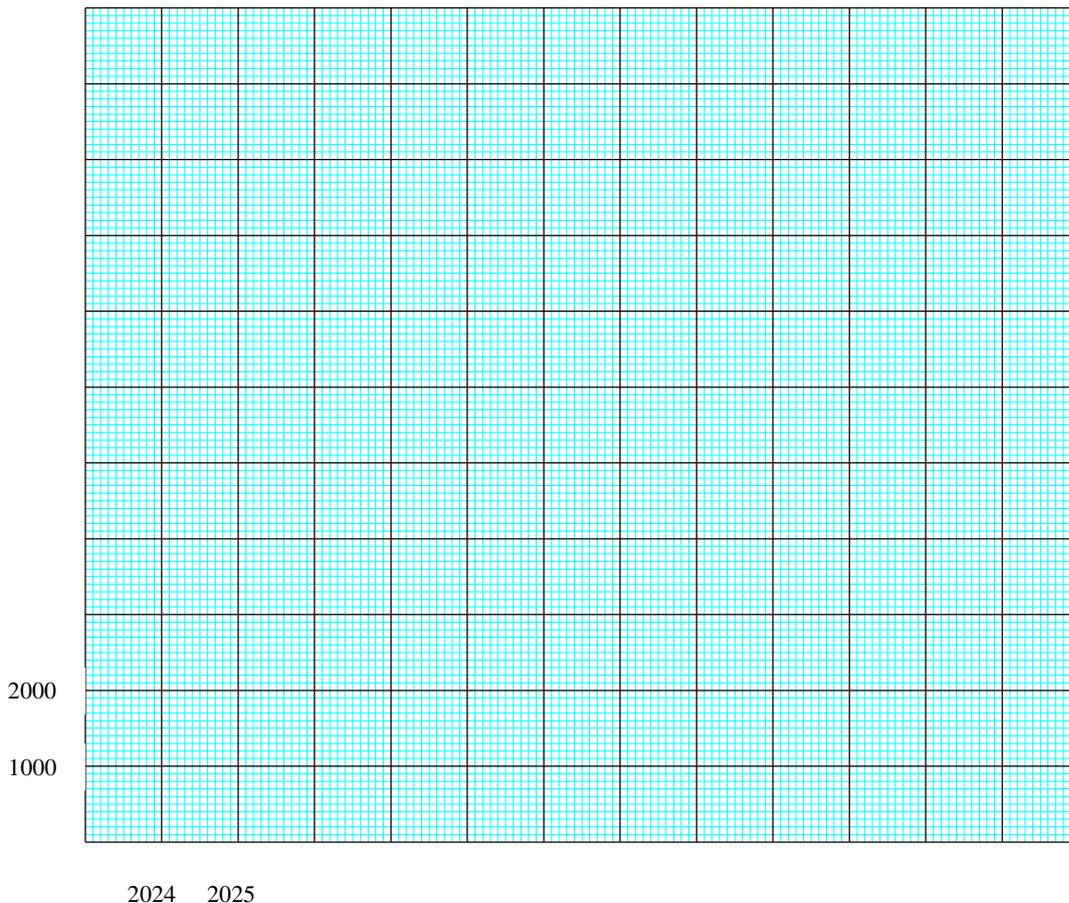
d. Calculer la production en 2024

.....

e. L'entreprise déposera le bilan quand sa production atteindra les 9000 unités produites par an. Combien de temps reste-t-il à cet entreprise si cette baisse de la production se reste constante.

.....

f. Construire le graphique en diagramme bâton représentant la production à partir de 2008.



a) En quoi cette représentation peut être assimilée à une suite arithmétique

b) Retrouver le résultat de la question 5. Justifier sur le graphique

.....

**Je désire acheter une Peugeot 208 1,6 HDi 110ch.
Peugeot propose le financement suivant :**

Votre offre de financement	
Prix de vente (TTC)	24.900,00 €
Premier loyer	4.985,57 €
Loyers par mois	437,79 €
Durée	48 mois
pour un kilométrage maximum de	60.000 km
Option finale d'achat	9.960,00 €



1) Comment appelle t-on ce type de financement ?

.....

2) Dans quel cas s'applique t-il ?

.....
.....

3) Explicitons le tableau de financement :

- ✓ Prix de vente :
 - ✓ Premier loyer :
 - ✓ Loyers par mois :
 - ✓ Durée :
 - ✓ Kilométrage maximal :
 - ✓ Option finale d'achat :
-

4) Résumons le financement à l'aide du tableau suivant :

Année	Financement en début d'année	Montant du loyer par an	Financement en fin d'année
1 ^{er} année			
2 ^{ème} année			
3 ^{ème} année			
4 ^{ème} année			

5) Déterminer la valeur de la voiture sans l'option d'achat.

.....
.....

6) Donner la valeur finale de la voiture avec l'option d'achat.

.....
.....

7) Justifiez en quoi cette situation peut être assimilée à une suite arithmétique.

.....
.....

8) Préciser la valeur de U_1 et la raison r .

.....

9) A l'aide de la suite arithmétique, déterminer directement la valeur du véhicule sans l'option d'achat.

.....
.....
.....

10) Un organisme propose un prêt à la consommation à taux fixe pour l'achat de ce véhicule Pour cela, il faut un apport de 855 euros et des mensualités de 386 euros pendant 93 mois

i. Cette situation peut-elle être assimilée à une suite arithmétique ?

.....
.....
.....

ii. En assimilant cet organisme a une suite arithmétique, donner la valeur du premier terme et de sa raison

.....
.....
.....

11) Quelle est la meilleure option entre l'organisme de crédit et le leasing ? Justifiez

.....
.....
.....
.....

12) Une fois sortie du concessionnaire, le véhicule perd 30 % de sa valeur initiale.

Calculer la valeur du véhicule après être sorti de la concession

Méthode 1 :

.....
.....
.....

Méthode 2 :

.....
.....
.....

13) La cote Argus indique le prix d'une voiture d'occasion en fonction de l'année et du nombre de kilomètres parcourus. On assimile la décote du véhicule à une baisse de 82 euros par mois.

i. En considérant qu'il s'agit d'une suite arithmétique, préciser U_1 et r

.....
.....

ii. Donner la valeur du véhicule d'occasion à la fin du leasing, soit 48 mois.

.....
.....

Conclure :

.....
.....
.....
.....
.....

Financement du véhicule

Premier loyer	11 990,00 €
Loyers par mois	1 159,32 €
Durée	58 mois
pour un kilométrage maximum de	85000 km
Option finale d'achat	18 188 €



Devoir Page 1/2

Devoir Page 2/2